

Lei do inverso do quadrado da distância: uma abordagem económica usando o retroprojektor

Adriano Sampaio e Sousa¹, Paulo Simeão Carvalho^{2,3}

¹ Escola Secundária Fontes Pereira de Melo, Porto, Portugal

² Instituto de Física dos Materiais da Universidade do Porto (IFIMUP), Portugal

³ Departamento de Física e Astronomia, Unidade de Ensino das Ciências, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal

sampaio.sousa@netcabo.pt; psimeao@fc.up.pt

Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma abordagem da lei do inverso do quadrado da distância, utilizando como fonte pontual um retroprojektor. A medição da iluminação recebida num ecrã de projeção é feita com um fotómetro e a distância à fonte com uma simples fita-métrica. Pretende-se mostrar que este estudo pode ser feito usando apenas recursos existentes nas escolas, sem comprometer o formalismo científico exigível ao nível do ensino secundário.

Introdução

A lei do inverso do quadrado da distância está presente em vários fenómenos físicos, como por exemplo a atração gravitacional, as interações elétricas entre cargas pontuais ou a atenuação da radiação e do som no espaço a partir de fontes pontuais.

Esta lei é tradicionalmente abordada nos programas de física pré-universitária e universitária. Há currículos baseados numa perspetiva Ciência-Tecnologia-Sociedade (CTS) que utilizam contextos familiares aos alunos para a abordagem dos conceitos físicos, fazendo uso deste modelo físico-matemático e aplicando-o à resolução de problemas. Exemplos disso são o currículo *Cell Phone Radiation iLab* desenhado pela Northwestern University's Office of Science, Technology, Engineering, and Mathematics Education Partnerships e pelo Massachusetts Institute of Technology (MIT) [1] e o programa português de física do ensino secundário [2]. Em qualquer dos casos, a abordagem do fenómeno de atenuação da radiação eletromagnética pode ser feita usando micro-ondas [3] ou radiação luminosa [4].

Em geral, o uso das micro-ondas não é recomen-

dável em sala de aula, por não estar provado que a sua manipulação seja totalmente segura para os alunos; além disso, o equipamento necessário tem um custo demasiado elevado para os orçamentos das escolas pré-universitárias. Por outro lado, os dados experimentais obtidos com micro-ondas apresentam, em geral, elevada dispersão, que dificulta a sua análise e limita a fidelidade dos resultados.

No que respeita à radiação luminosa, o seu uso apresenta claras vantagens processuais e económicas. O procedimento experimental pode ser realizado com uma grande variedade de equipamentos, geralmente disponíveis em qualquer laboratório escolar e de baixo custo: basta dispor de uma fonte de luz pontual e isotrópica (neste modelo de fonte, a radiação é emitida com a mesma intensidade em todas as direções), uma fita métrica ou outro dispositivo para medir distâncias e um medidor de luz (habitualmente designado por luxímetro).

O retroprojektor, cuja utilização tende a reduzir-se face aos recursos digitais, pode ser uma boa opção para funcionar como fonte de luz. Ele apresenta algumas vantagens [5]: existe na maioria das escolas, é relativamente barato, a luz produzida é suficientemente intensa para a experiência ser realizada numa sala com iluminação ambiente e aproxima-se do modelo de fonte pontual; por outro lado, é um equipamento compacto que incorpora simultaneamente um circuito elétrico e um sistema ótico, prontos a usar.

Teoria

Para estudar a atenuação da radiação luminosa emitida por uma fonte pontual e isotrópica, temos de considerar um modelo físico-matemático [6], que depois irá ser testado experimentalmente.

Como condição de partida, considere-se um meio *homogéneo* e *isotrópico*, no qual a radiação se propaga com o

mesmo valor de velocidade em todas as direções. Consequentemente, em cada instante, a frente de onda terá forma esférica.

A área total da superfície esférica da frente de onda, correspondente a $4\pi r^2$ em que r é o raio da esfera, aumenta com o quadrado da distância (r^2) à fonte pontual S. Este facto é evidenciado na Figura 1, considerando uma área hipotética A.

Assim, a energia proveniente da fonte pontual vai sendo transferida para uma área total cada vez maior, o que resulta na atenuação da radiação recebida em cada ponto.

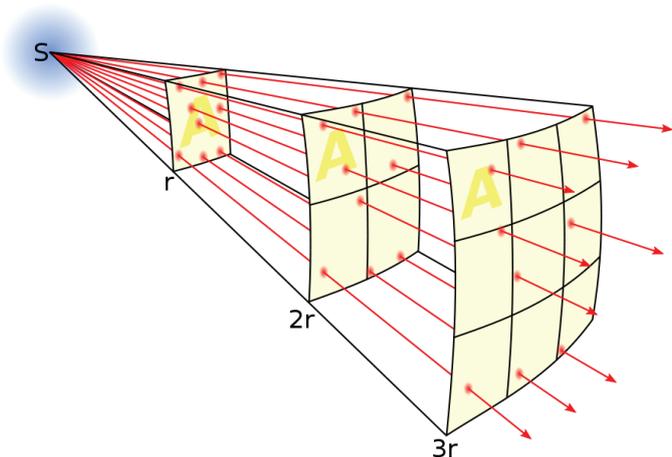


Fig. 1 - Propagação da radiação a partir de uma fonte pontual S, cortesia de Wikimedia Commons.

Este modelo qualitativo pode ser transformado num modelo quantitativo, através da introdução de definições de algumas grandezas fotométricas [7].

A intensidade luminosa I_v da fonte S, é definida como o fluxo luminoso Φ_v por unidade de ângulo sólido; esta grandeza exprime a direcionalidade da energia radiada. Para um ângulo sólido Ω , o fluxo luminoso total será, então,

$$\Phi_v = I_v \Omega \quad (1)$$

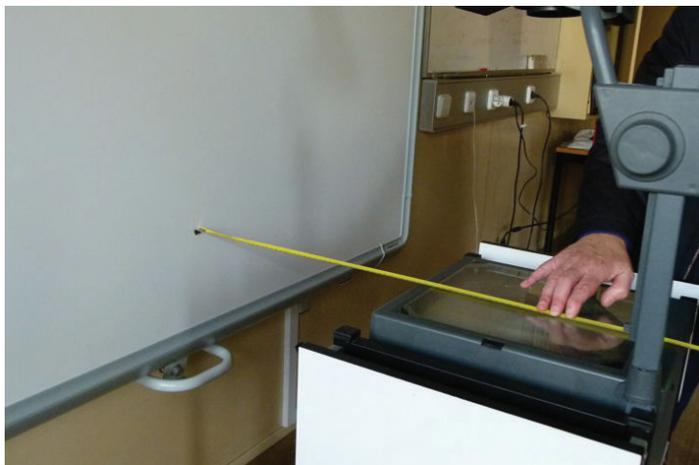


Fig. 2 - Medição da distância da fonte de luz ao ecrã.

No caso de uma fonte pontual, a iluminação luminosa E define-se como o fluxo luminoso por unidade de área:

$$E = \frac{\Phi_v}{A} \quad (2)$$

Substituindo Φ_v da equação (1) e usando a definição

de ângulo sólido, $\Omega = \frac{A}{r^2}$, obtém-se:

$$E = \frac{I_v}{r^2} \quad (3)$$

Ou seja, a iluminação luminosa é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte pontual. Note-se que:

- A intensidade da fonte luminosa (I_v) exprime-se no SI em candelas.
- A candela (cd) é a intensidade luminosa, numa dada direção, de uma fonte que emite luz monocromática de frequência 540×10^{12} Hz e cuja intensidade energética nessa direção é de $1/683 \text{ W sr}^{-1}$.
- A iluminação luminosa (E) exprime-se no SI em lux.
- Estas duas unidades estão relacionadas (fonte isotrópica) da seguinte maneira:

$$1 \text{ lux} = 1 \text{ cd} \times 1 \text{ sr} \times 1 \text{ m}^{-2}$$

Atividade experimental

Para testar o modelo teórico, usámos como fonte luminosa (pontual) um retroprojektor (intensidade de aproximadamente 4800 lúmens ANSI, ou seja 4800 cd sr), um ecrã de projeção, uma fita métrica e um fotómetro (TES 1330 digital lux meter).



Fig. 3 - Medição da iluminação do ecrã.

Foi utilizado o seguinte procedimento:

1. Ligou-se o retroprojektor de modo a que a luz incidisse no ecrã, formando uma imagem retangular bem focada.
2. Com a fita métrica, mediu-se a distância da fonte de luz ao ecrã (Fig. 2).
3. Encostou-se o fotómetro ao ecrã, com o sensor voltado para a fonte de luz e registou-se o valor da iluminação (Fig. 3).
4. Fez-se variar a distância do retroprojektor ao ecrã e repetiu-se o procedimento descrito em (2) e (3).

Resultados e discussão

A Tabela 1 sintetiza os resultados obtidos.

Tabela 1 - Resultados experimentais da iluminação em função da distância da fonte ao ecrã.

r/m	E/lux
1,12	$3,95 \times 10^3$
1,24	$3,20 \times 10^3$
1,36	$2,60 \times 10^3$
1,48	$2,19 \times 10^3$
1,60	$1,88 \times 10^3$
1,72	$1,66 \times 10^3$
1,84	$1,47 \times 10^3$
1,96	$1,31 \times 10^3$
2,08	$1,17 \times 10^3$
2,20	$1,05 \times 10^3$
2,32	$9,50 \times 10^2$
2,44	$8,80 \times 10^2$
2,56	$8,20 \times 10^2$

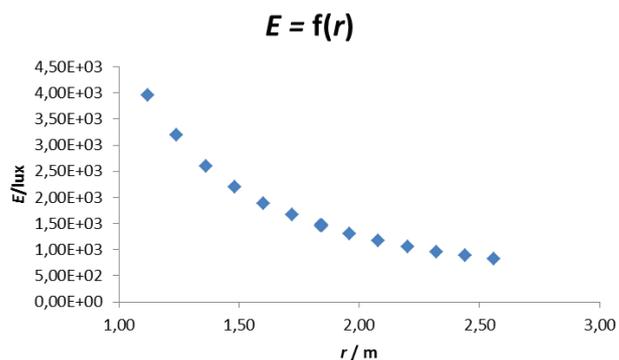


Fig. 4 - Gráfico da iluminação em função da distância da fonte ao ecrã.

A representação gráfica de $E = f(r)$ (Fig. 4), pela sua forma, sugere uma relação quadrática, de expoente negativo, entre as duas variáveis.

Com efeito, construindo o gráfico de $E = f(r^{-2})$, é evidenciada uma relação linear entre E e r^{-2} , como se pode confirmar pelo bom ajuste da reta aos dados experimentais (Fig. 5), quer por uma análise visual, quer pelo valor quadrático do coeficiente de Pearson (R^2).

Este gráfico apresenta uma ordenada na origem diferente de zero, cujo valor traduz a iluminação ambiente durante a recolha de dados, $(5 \pm 2) \times 10$ lux. O declive deste gráfico indica o valor da intensidade luminosa da fonte pontual, $(4,82 \pm 0,05) \times 10^3$ cd sr. As incertezas destes valores foram calculadas através da função PROJLIN, do MS Excel.

O valor obtido experimentalmente para a intensidade luminosa da fonte é muito próximo do valor indicado pelo fabricante do retroprojektor (erro inferior a 0,5 %).

Conclusões

O modelo escolhido para a atenuação da iluminação de uma fonte pontual e isotrópica com o inverso do quadrado da distância, descreve bem o fenómeno observado experimentalmente para a radiação visível.

Para uma generalização adequada deste modelo à radiação eletromagnética em geral, a experiência teria que ser repetida com diferentes tipos de radiações.

Seria interessante discutir com os alunos quais as aproximações que foram feitas na escolha do modelo e em que medida estas podem afetar os resultados obtidos.

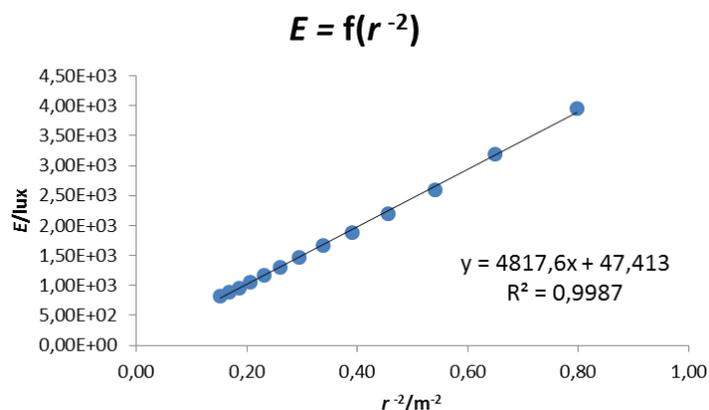


Fig. 5 - Gráfico da iluminação em função do inverso do quadrado da distância da fonte ao ecrã.

Referências

1. Northwestern University's Office of Science, Technology, Engineering, and Mathematics Education Partnerships, and Massachusetts Institute of Technology (MIT), "Cell Phone Radiation iLab Curriculum" (2009).
2. Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário, "Programa de Física e Química A, 11º ano", Lisboa (2003).
3. Physics explorer, "Microwaves - Inverse square Law" (<http://lrrpublic.cli.det.nsw.edu.au/lrrSecure/Sites/Web/prelimphysics/prelim/index.htm>, acessado a 7 de maio de 2013)
4. A. D. Tavares, L. P. Sosman, R. J. M. da Fonseca, L. A. C. P. da Mota e M. Muramatsu, "Using a photoresistor to verify irradiance inverse square and Malus' laws", AIP Conference Proceedings 992, 193 (2008).
5. D. S. Goodman, "Optics Demonstrations with an Overhead Projector", SPIE/ETOP Proceedings, 2525, 1 (1995).
6. M. Ferreira e G. Almeida, "Introdução à Astronomia e às Observações Astronómicas", 7ª edição, Plátano Editora, Lisboa (2004).
7. G. Almeida, "Sistema Internacional de Unidades (SI)", 2ª edição, Plátano Editora, Lisboa (1997).



Adriano Sampaio e Sousa

é professor aposentado do ensino secundário. Durante uma década foi assistente convidado do Departamento de Física e Astronomia da FCUP. Os seus interesses estão relacionados com a didática da física e a formação de professores.



Paulo Simeão Carvalho é

professor auxiliar do Departamento de Física e Astronomia da FCUP. Os seus interesses são na área dos cristais líquidos, na didática da física e na formação inicial e contínua de professores.